

应用量纲分析法建立抗滑桩间距的计算模型

魏作安^{1,2}, 许江^{1,2}, 万玲^{1,2}

(1. 重庆大学 西南资源开发及环境灾害控制工程教育部重点实验室, 重庆 400044; 2. 重庆大学 资源及环境科学学院, 重庆 400044)

摘 要: 抗滑桩是滑坡防治中的一种主要工程措施。桩间距是抗滑桩工程中一个非常重要的参数, 它不仅影响到滑坡治理效果, 而且影响到工程造价, 如何科学地确定桩间距? 目前, 工程界一般按照 2~5 倍桩宽度的经验公式来确定桩间距; 理论方面, 一些研究人员从桩-土之间相互作用力的关系入手进行了一些探讨与研究, 获得了多种复杂的桩间距计算模型。应用量纲分析法, 从影响桩间距的因素入手, 建立了桩间距的计算模型, 为研究桩间距的计算提供了另一种途径。

关 键 词: 土木工程; 量纲分析; 抗滑桩; 计算模型

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

Application of dimensional analysis to building calculation model of stabilizing pile space

WEI Zuo-an^{1,2}, XU Jiang^{1,2}, WAN Ling^{1,2}

(1. Key Laboratory of Exploitation of Southwest Resources & Environmental Hazards Control Engineering, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400044, China; 2. College of Resources and Environmental Science, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: Use stabilizing piles for landslide control is a common measure. The space between piles is a very important parameter. Engineers must find a balance between landslide control ability and cost. In China, at the present time in engineering practice and based on empirical formula, the pile space equals to 2-5 times the width of pile itself. Some theoretical studies on the interaction force relation between pile and soil have been reported and several calculation models were proposed to calculate optimal pile space. A calculation formula is built through dimensional analysis which analyzes the factors that influence the pile space. The new model offers a way for pile space calculation.

Key words: civil engineering; dimensional analysis; stabilizing pile; computational model

1 前 言

目前, 在滑坡灾害防治中, 抗滑桩已成为一种主要的防治技术措施被广泛使用^[1-3]。由于滑坡体与抗滑桩是一个相互作用的复杂系统, 在实际应用和理论方面, 仍然存在一些问题未解决, 如桩间距的合理设定就是其中一个主要的问题, 因为桩间距是抗滑桩工程的一个重要参数, 桩间距过大会造成桩间土流失, 使抗滑桩失效; 桩间距过小, 则造成工程投资增加, 产生浪费。目前, 实际工程设计中, 一般凭经验按照 2~5 倍桩宽度(B)确定桩间距^[4]; 理论方面, 从桩-土之间力学分析上进行了一些探索, 得出了桩间距的一些计算公式^[5-8]。本文应用量纲分析法, 从影响桩间距的因素入手, 建立桩间距

的计算模型, 为探讨桩间距的计算提供了另一种途径。

2 桩间距的研究现状综述

桩间距是抗滑桩设计中的一个重要参数。目前, 在实际工程设计中, 一般凭经验按照 (2~5) B (桩宽) 确定桩间距^[4]; 而理论方面, 有代表性的计算模型主要有 3 类, 分别如下:

(1) 考虑侧摩阻力求出桩间距的上限解

如图 1 (a) 中一个滑坡, 文献[5]先是计算天然状态下的下滑力曲线 (图 1 (b) $abcdef$) 和设计情况下的下滑力曲线 (图 1 (b) $ab'c'd'e'f'$)。如图 1 (c), 取出土体 1—2—3—4, 当它要通过桩间距 L 下滑时, 必须克服 1—2 和 3—4 线上侧摩阻力。

按照杨森理论,在编号 n 到 $n+1$ 的条块中取微元 dy (图 1 (c)),由微元 dy 的极限平衡条件可以写出:

$$LdR + 2f\lambda Rdy = ALdy \quad (1)$$

将边界条件代入 (1) 式中,求出 R , 然后,从第 1 段 (即 0—1) 开始,逐块计算,类推到靠近桩边的条块 (图 1 (c) 中 23 边),得出上限解为:

$$S \leq \frac{B\bar{P}_s(1-\xi)}{P_{s2} - (1-\xi)(P_s - \bar{P}_s)} \quad (2)$$

式中 ξ 为小于 1 的传力比; B 为桩的宽度,其它见文献[5]。(2) 式变换为:

$$S_{\max} = Bf(P_{s2}, P_s, \bar{P}_s, \xi) \quad (3)$$

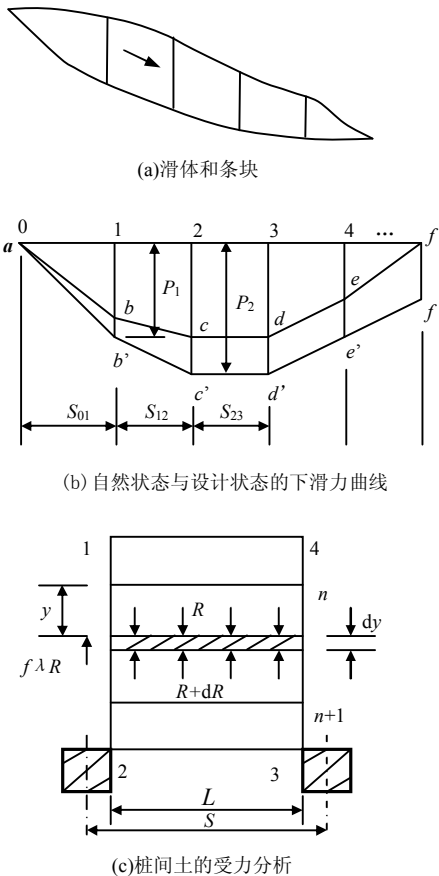


图 1 桩间距上限解的受力分析图

Fig.1 Force analysis about upper limit solution of pile space

(2) 由土拱效应确定桩间距的计算模型

如图 2,在文献[6]中,通过桩间土拱效应分析,提出了桩间距的计算表达式。认为土拱为二铰拱,拱轴线方程 (抛物线方程) 为:

$$y = \frac{4r \cdot (Sx - x^2)}{S^2} \quad (4)$$

通过土拱受力平衡,求出桩间距的表达式为:

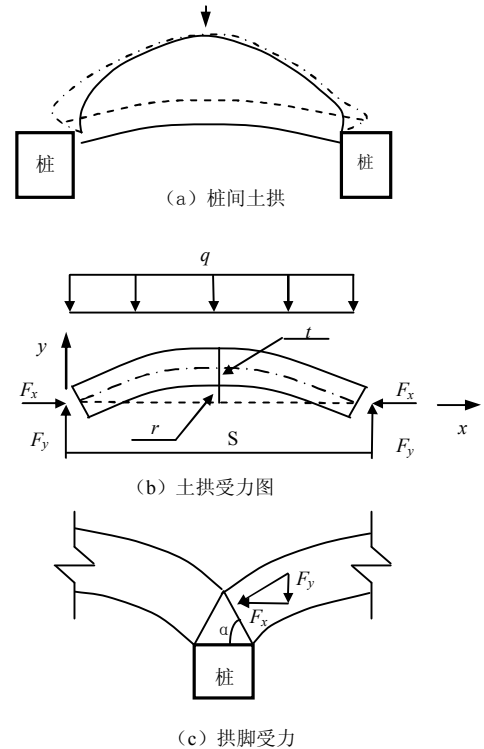


图 2 桩间土拱效应示意图

Fig.2 Soil-arch effect between piles

$$\begin{aligned} S &= \frac{cB(1 + \sin \phi)}{q \cos \alpha(1 - \sin \phi)} + B \\ &= B \left[\frac{c(1 + \sin \phi)}{q \cos \alpha(1 - \sin \phi)} + 1 \right] \end{aligned} \quad (5)$$

式中 q 为滑坡剩余下滑力; c 和 ϕ 为土的强度指标; α 为拱脚处三角形的底角。(5) 式变换为:

$$S = Bf(q, c, \phi, \alpha) \quad (6)$$

文献[7]则认为“土拱能适应位移而不发生破坏,说明该土拱为静定结构拱,即三铰拱”,如图 3 所示。所以,文献[7]按照三铰拱的模式,导出了桩最大间距的计算公式。认为拱轴线方程 (抛物线方程) 为:

$$y = \frac{4h}{S^2} (l-x)x \quad (7)$$

从拱的平衡,导出了桩的最大间距计算公式 (详细公式见文献[7])。按照影响因素,将计算公式改写为:

$$S_{\max} = df(q, c, \phi) \quad (8)$$

(3) 土拱和侧摩阻力结合求出桩间计算模型

如图 4,文献[8]认为“土拱受到滑坡推力后,即发生沿滑动方向的压缩滑移变形,同时将滑坡推力向两侧传递到抗滑桩侧面上”、“桩的侧摩阻力 T 承担桩间全部滑坡推力 F ”。

所以,文献[8]按照土拱平衡和侧摩阻力 (如图

5) 导出了抗滑桩最大间距的计算公式 (详见文献 [8])。经过一系列简化, 最后得出:

$$S_{\max} = \frac{2ch}{q(1-\tan\phi)} + B \quad (9)$$

式中 H 为滑坡体的厚度, h 为抗滑桩的厚度, α 为滑坡体的滑面角。设桩的宽度与桩的厚度之间的关系为:

$$h = \mu B \quad (10)$$

式中, μ 为比例系数。

将 (9) 式变换为:

$$\begin{aligned} S_{\max} &= \frac{2c\mu B}{q(1-\tan\phi)} + B \\ &= B \left[\frac{2c\mu}{q(1-\tan\phi)} + 1 \right] \end{aligned} \quad (11)$$

将 (11) 式变换为:

$$S_{\max} = B + f(q, c, \phi) \quad (12)$$

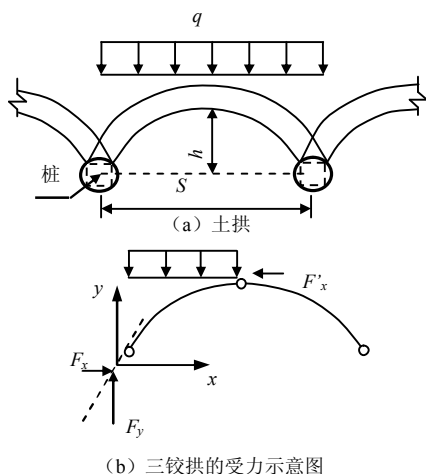


图3 桩间土拱的几何特征及受力分析

Fig.3 Force analysis and geometrical features about soil-arch between piles

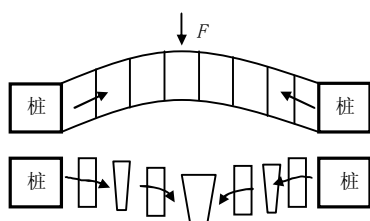


图4 土拱受力与破坏示意图

Fig.4 Soil-arch force analysis and failures

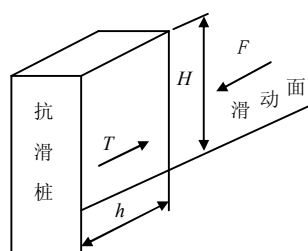


图5 桩与土的侧面受力分析示意图

Fig.5 Lateral force analysis between piles and soils

3 量纲分析法的基本原理

π 定理表述为^[9]: 设一物理系统的 n 个不同的物理量 $q_1, q_2, \dots, q_n$ 之间存在一定的函数关系, 即

$$f(q_1, q_2, \dots, q_n) = 0 \quad (13)$$

如果 q_i ($i=1, 2, \dots, n$) 中, 最多有 m 个物理量的量纲是相互独立的 (m 一般不大于 4), 那么 (13) 式可以演化为另一个函数关系:

$$f(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-m}) = 0 \quad (14)$$

其中 π_j ($j=1, 2, \dots, n-m$) 是由 $\prod_{i=1}^n q_i^{a_{i,j}}$

组成的 $n-m$ 个不同的无量纲数。

4 应用量纲分析法建立桩间距的计算模型

桩间距是抗滑桩工程设计中的一个重要参数。

通常对桩间距有影响的物理量为:

$$S, B, q, \phi, c$$

其中: S 为相邻两桩中心间距 (m); B 为桩的宽度 (m); c, ϕ 为土体的抗剪强度常数; q 为滑坡剩余下滑力 (kPa);

它们的量纲式为: $[L], [L], [FL^{-2}], [1], [FL^{-2}]$ 。在国际单位制中, 基本单位的量纲为: L, F , 即 $m=2$, 而上面有 5 个量, 即 $n=5$, 所以 π 的项数为 3 项, 即能组成 3 个无量纲量, 其中 ϕ 已是无量纲量, 剩下的 S, B, q, c 4 个量可以组成两个无量纲量。

设:

$$S = f(c, B, q) \quad (15)$$

按照量纲分析法确定 f 函数的形式, 先假定为:

$$S = \lambda c^x B^y q^z \quad (16)$$

其中 λ 为无量纲的比例系数, x, y, z 为待定常数。将上式量纲化, 则为:

$$\begin{aligned} [L] &= \lambda [FL^{-2}]^x [L]^y [FL^{-2}]^z \\ [L] &= \lambda [F^{x+z} L^{y-2(x+z)}] \end{aligned} \quad (17)$$

再转换为:

$$[1] = \lambda [F^{x+z} L^{y-2(x+z)-1}] \quad (18)$$

根据量纲一致性原则, 所以有:

$$\left. \begin{aligned} x+z &= 0 \\ y-2(x+z)-1 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} x &\text{为不定数} \\ \text{求解得出: } z &= -x \\ y &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

因此

$$S = \lambda c^x B q^{-x} \\ = \lambda \left(\frac{c}{q}\right)^x B \quad (21)$$

用 ψ 来替代 x , ψ 应该可以任意选取。则上式为:

$$S = \lambda \left(\frac{c}{q}\right)^\psi B \quad (22)$$

用 π 定理对上式进行验证。

因为:

$$[1] = \lambda \frac{[B]}{[S]} \left[\frac{c}{q}\right]^\psi \\ = \varphi[\pi_1, \pi_2] \quad (23) \\ [\pi_1] = \lambda \frac{[B]}{[S]} = [1] \\ [\pi_2] = \left[\frac{c}{q}\right] = \left[\frac{FL^{-2}}{FL^{-2}}\right] = [1]$$

满足 π 定理。所以, 桩间距的计算公式可以为:

$$S = \lambda \left(\frac{c}{q}\right)^\psi B \quad (24)$$

式 (24) 与前面的 3 类计算公式形式上基本相同。

现讨论 $\psi - \lambda$ 的关系。按照工程实践经验, 设计中一般桩间距与桩宽的关系为:

$$S = 2B \sim 5B, \text{ 即: } n = \frac{S}{B} = 2 \sim 5$$

代入 (24) 式则为:

$$n = \frac{S}{B} = \left(\frac{c}{q}\right)^\psi \lambda \quad (25)$$

$$\ln n = \psi(\ln c - \ln q) + \ln \lambda$$

所以,

$$\psi = \frac{(\ln n - \ln \lambda)}{(\ln c - \ln q)} \quad (26)$$

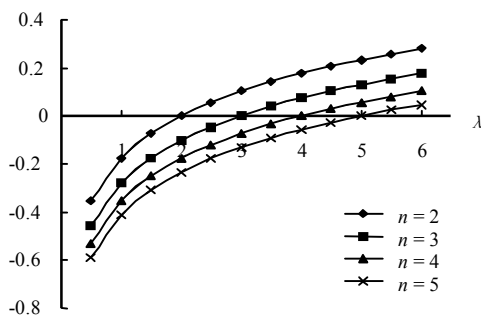


图 6 $\psi - \lambda$ 的关系曲线

Fig.6 The relation curve between ψ and λ

根据文献[7]中的工程实例, 其相关参数为:

$c = 10 \text{ kPa}$, $\phi = 16^\circ$, $q = 500 \text{ kPa}$, $B = 1.0 \text{ m}$,

代入 (26) 式中, 为:

$$\psi = \frac{(\ln n - \ln \lambda)}{(\ln 10 - \ln 500)} \quad (27)$$

分别按 $n = 2, 3, 4, 5$ 画出 $\psi - \lambda$ 的关系曲线, 见图 6。同时, 从 (24) 式可以知道: $\lambda > 0$ 。至于式 (24) 中的 ψ 与 λ 应该通过试验来确定它们的取值。

5 结 语

由于抗滑桩具有设桩灵活、实施方便、效果好等优点, 在滑坡灾害防治中已成为一种主要的防治技术措施被广泛使用。但滑坡体与抗滑桩相互作用十分复杂, 不易弄清楚。迄今为止, 抗滑桩的设计原理和计算方法尚未定型^[5]。本文应用量纲分析法, 从影响桩间距的因素入手, 建立桩间距的计算模型, 为探讨抗滑桩的设计原理和计算方法提供一种新的途径。

参 考 文 献

- [1] 铁道科学研究院西北研究所. 滑坡防治[M]. 北京: 人民铁道出版社, 1980.
- [2] Harry G. Poulos. Design of reinforcing piles to increase slope stability[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1995, 32(5): 800—818.
- [3] Chien Yuan Chen. Numerical analysis of slope stabilization concepts piles [D]. University of Southern California, 2001.
- [4] 铁道部第二勘测设计院. 抗滑桩设计与计算[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1983.
- [5] 潘家铮. 建筑物的抗滑稳定和滑坡分析[M]. 北京: 水利出版社, 1980.
- [6] 周德培, 肖世国, 夏雄. 边坡工程中抗滑桩合理桩间距的探讨[J]. 岩土工程学报, 2004, 26 (1): 132—135. ZHOU De-pei, XIAO Shi-guo, XIA Xiong. Discussion on rational spacing between adjacent anti-slide piles in some cutting slope project[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2004, 26(1): 132—135.
- [7] 贾海利, 王成华, 李江洪. 基于土拱效应的抗滑桩与护壁桩的间距分析[J]. 工程地质学报, 2004, 12 (1): 98—103. JIA Hai-li, WANG Cheng-hua, LI Jiang-hong. Analysis of pile spacing between anti-sliding piles and retaining piles accordance with soil arching effect[J]. **Journal of Engineering Geology**, 2004, 12(1): 98—103.
- [8] 王成华, 陈永波, 林立相. 抗滑桩间土拱力学特性与最大桩间距分析[J]. 山地学报, 2001, 19 (6): 556—559. WANG Cheng-hua, CHEN Yong-bo, LIN Li-xiang. Soil arch mechanical character and suitable space between one another anti-sliding pile[J]. **Journal of Mountain Science**, 2001, 19(6): 556—559.
- [9] 机械工程手册编委会. 机械工程手册(1)(基础理论卷)(第二版)[M]. 北京: 机械工业出版社, 1996.